**Universidad Nacional Mayor de San Marcos**

Universidad del Perú. Decana de América

**Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática**

**Escuela Profesional de Ingeniería de Software**

Imagen que contiene Logotipo

Descripción generada automáticamente

**Proyecto 1: Péndulo invertido con control moderno**

**Integrantes:**

Benites Leiva, Yordy Marlon

Cruces Salhuana, Diego Axel

Modesto Calixto, Keler

Moore Salazar, Jhon Antony

Quispe Fajardo, Adrián Ismael

Vise Chumpitaz, Daniel Seth

**Profesora:**

**Yessica Rosas Cueva**

**LIMA – PERÚ**

**2024-2**

Índice

[Introducción 3](#_Toc184650048)

[Marco Teórico 5](#_Toc184650049)

[Modelo Matemático del Péndulo Invertido 5](#_Toc184650050)

[Controladores PID 5](#_Toc184650051)

[Optimización de Controladores PID Mediante Algoritmos Genéticos 6](#_Toc184650052)

[Metodología 8](#_Toc184650053)

[Modelado Matemático del Sistema 8](#_Toc184650054)

[Ecuación para el carro 8](#_Toc184650055)

[Ecuación para el péndulo 9](#_Toc184650056)

[Resultados 10](#_Toc184650057)

[Discusiones 10](#_Toc184650058)

[Conclusiones 10](#_Toc184650059)

[Referencias 10](#_Toc184650060)

Introducción

El péndulo invertido es un sistema dinámico no lineal fundamental en la teoría de control debido a su complejidad y su capacidad para modelar fenómenos de inestabilidad, lo que lo convierte en un reto ideal para evaluar y aplicar técnicas avanzadas de control. Este sistema consta de un péndulo unido a un carro móvil sobre una pista horizontal, cuyo objetivo es mantener el péndulo en una posición vertical mediante el control de la fuerza aplicada sobre el carro. La importancia de este sistema radica en su capacidad para simular sistemas reales inestables, como los robots móviles y vehículos autónomos, donde se requiere un control preciso y robusto ante perturbaciones y cambios dinámicos.

El desafío en el control del péndulo invertido radica en su comportamiento inherentemente inestable y no lineal. La solución clásica a este problema se logra mediante el uso de controladores PID (Proporcional, Integral, Derivativo), que ajustan la señal de control en función de la desviación del sistema respecto a su punto de equilibrio. Sin embargo, el ajuste manual de los parámetros del controlador PID, aunque efectivo en muchos casos, a menudo no es suficiente para garantizar un rendimiento óptimo, especialmente cuando el sistema presenta dinámicas complejas o variabilidad en sus condiciones de operación.

Para superar las limitaciones de los métodos de ajuste tradicionales, se han propuesto enfoques avanzados como el uso de algoritmos genéticos para la optimización de los parámetros del controlador PID. Estos algoritmos, inspirados en los principios de la selección natural, permiten explorar eficientemente un amplio espacio de soluciones y encontrar configuraciones de parámetros que mejoren el desempeño del sistema en términos de estabilidad, tiempo de respuesta y robustez ante perturbaciones. El uso de algoritmos genéticos para la sintonización de controladores PID ha demostrado ser particularmente efectivo en la mejora de la precisión y la adaptabilidad de los sistemas de control, haciendo posible su adaptación a cambios dinámicos en el entorno y las condiciones del sistema.

En este trabajo, se analiza el control de un sistema de péndulo invertido mediante un controlador PID, optimizado mediante el uso de algoritmos genéticos. A lo largo de este estudio, se detallarán las técnicas utilizadas para la linealización del sistema, el diseño del controlador, y la implementación de la optimización, con el objetivo de mejorar el rendimiento del sistema frente a diversas condiciones de operación. Se evaluarán las ventajas del enfoque propuesto, comparando su desempeño con métodos tradicionales de ajuste de PID y demostrando su eficacia en sistemas dinámicos reales. Este estudio contribuye al avance de las técnicas de control de sistemas no lineales y ofrece una solución eficiente para la estabilización de sistemas inestables en aplicaciones de ingeniería.

Marco Teórico

Modelo Matemático del Péndulo Invertido

El péndulo invertido es un sistema dinámico no lineal clásico ampliamente utilizado para estudiar técnicas de control debido a su complejidad inherente y su comportamiento inestable. Este sistema consiste en una varilla articulada a un carro que se mueve sobre una pista horizontal, con la varilla siendo controlada para mantenerse en una posición vertical. El modelo matemático del péndulo invertido se deriva a partir de las leyes de Newton para el movimiento de cuerpos, aplicadas a la dinámica del carro y el péndulo. Las ecuaciones de movimiento que describen este sistema son no lineales, lo que hace necesario su linealización para facilitar su análisis y control.

La ecuación que describe el movimiento del carro, , y la ecuación para el péndulo, , son las que forman la base del sistema. Estas ecuaciones se pueden simplificar y linealizar alrededor del punto de equilibrio (cuando el ángulo ) para obtener un modelo más manejable, usando aproximaciones pequeñas para los ángulos pequeños de desplazamiento. La función de transferencia resultante se obtiene utilizando la transformada de Laplace de las ecuaciones linealizadas, y puede expresarse en términos de las variables de estado del sistema, como el ángulo del péndulo y la posición del carro (Ogata, 2010).

Controladores PID

Los controladores PID (Proporcional, Integral y Derivativo) son una de las herramientas más utilizadas en la ingeniería de control debido a su simplicidad y efectividad. Estos controladores ajustan la señal de control en función de tres componentes principales: el error presente (proporcional), la acumulación del error pasado (integral) y la tasa de cambio del error (derivativa). Los parámetros , y determinan el impacto de cada componente en el comportamiento del sistema. El controlador PID tradicionalmente se ajusta utilizando métodos como el de Ziegler-Nichols, que implica una técnica empírica basada en pruebas de oscilación del sistema. Sin embargo, los controladores PID pueden ser más eficientes si sus parámetros se ajustan de manera óptima, para lo cual se han propuesto métodos de optimización como los algoritmos genéticos (Bharadwaj et al., 2018) contexto del péndulo invertido, se requieren dos controladores PID: uno para controlar el ángulo del péndulo y otro para la posición del carro (x). Los controladores PID ajustan la fuerza u(t)u(t)u(t) aplicada al carro para mantener el péndulo en posición vertical, minimizando el error en ambas variables. La implementación de estos controladores, junto con el ajuste adecuado de los parámetros , y es fundamental para garantizar la estabilidad y el buen rendimiento del sistema

Optimización de Controladores PID Mediante Algoritmos Genéticos

La optimización de los parámetros del controlador PID es una tarea compleja, especialmente en sistemas no lineales como el péndulo invertido. Tradicionalmente, el ajuste de los parámetros PID se realiza manualmente o utilizando métodos heurísticos como el de Ziegler-Nichols, pero estos enfoques no siempre conducen a soluciones óptimas. Los algoritmos genéticos (GA) son una herramienta poderosa para la optimización de parámetros en sistemas complejos, debido a su capacidad para explorar grandes espacios de soluciones de manera eficiente y robusta. Estos algoritmos se inspiran en los principios de la selección natural y utilizan operadores como la selección, el cruce y la mutación para generar nuevas soluciones a partir de una población inicial.

En el caso del péndulo invertido, los algoritmos genéticos pueden ser empleados para encontrar los valores óptimos de los parámetros , y de los controladores PID, minimizando un criterio de desempeño como el error integral absoluto (IAE), el error integral del tiempo (ITAE) o el error cuadrático medio (MSE). Estos enfoques optimizados mejoran significativamente el desempeño del sistema en comparación con los métodos tradicionales de ajuste manual, logrando una respuesta más rápida, menos sobreimpulso y mejor estabilidad (Bharadwaj et al., 2018).

El uso de algoritmos genéticos también permite la adaptación del controlador a cambios dinámicos en el sistema, lo cual es crucial en sistemas reales donde las condiciones pueden variar. Por ejemplo, en el trabajo de Li et al. (2024), se propone un algoritmo genético mejorado para optimizar el control difuso PID, solucionando problemas de convergencia local del algoritmo tradicional, lo que permite mejorar la robustez y la precisión en sistemas de control como el péndulo invertido.

Metodología

La metodología utilizada en este estudio para el control del sistema de péndulo invertido se estructura en varias etapas, que incluyen el modelado matemático del sistema, el diseño del controlador PID, la optimización de los parámetros del controlador mediante algoritmos genéticos y la evaluación del desempeño del sistema. A continuación, se detallan cada una de estas etapas de manera sistemática.

Modelado Matemático del Sistema

El primer paso consiste en el desarrollo del modelo matemático del sistema de péndulo invertido, el cual se describe mediante ecuaciones de movimiento no lineales que incluyen las fuerzas y torques que actúan sobre el carro y el péndulo. El sistema está compuesto por dos partes principales: el carro móvil y el péndulo rígido, que se mueve sobre un eje de rotación.

Las ecuaciones de movimiento del carro y el péndulo se obtienen utilizando la segunda ley de Newton para el movimiento de cuerpos rígidos. Estas ecuaciones no lineales se pueden escribir de la siguiente manera:

Ecuación para el carro

Donde:

* es la masa del carro.
* es la masa del péndulo.
* es la longitud de la barra del péndulo.
* es la aceleración del carro.
* es la aceleración angular del péndulo.
* es la fuerza aplicada sobre el carro.

Ecuación para el péndulo

Donde es la aceleración debida a la gravedad y es el ángulo del péndulo respecto a la vertical.

Dado que el sistema es no lineal debido a los términos , se aplica una linealización alrededor del punto de equilibrio , donde el péndulo se encuentra en posición vertical. Utilizando las aproximaciones ( para ángulos pequeños, las ecuaciones se convierten en una aproximación lineal más manejable:

Este modelo linealizado se utiliza posteriormente para diseñar y optimizar y optimizar el controlador.

Resultados

Discusiones

Conclusiones

Referencias